

ПЛОТНОСТЬ КАК СТРУКТУРНЫЙ ПАРАМЕТР МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТВЕРДОГО ДЕФОРМИРУЕМОГО ТЕЛА.

Степаненко Ю.П. НИИ механики и прикладной математики.

На основании элементной базы математической модели твердого деформируемого тела (ТДТ) [1] реализуется первый шаг конструктивного построения этой модели. Речь идет об определении физически обусловленного структурного параметра. Для ТДТ таким параметром является плотность [2].

Термомеханические свойства ТДТ определяются потенциалом F атом-атомного взаимодействия [3]. Например, для потенциала Мц, реализующего упрощенное представление о силах притяжения и отталкивания в этих взаимодействиях, -

$$F = \left(\frac{a}{r^m} - \frac{b}{r^n} \right) \cdot r^3, \quad (1)$$

где

r – межатомное расстояние,
 a, b, n, m – параметры, $m > n \geq 3$.

Условие равновесия системы обеспечивается $\min F(r)$, что позволяет определить равновесные значения плотности, поскольку межатомное расстояние r связано с удельным объемом v и плотностью ρ следующим образом: $r^3 \sim v = 1/\rho$.

Привлекая эмпирические данные по объемной сжимаемости, тепловому расширению и энергии диссоциации ТДТ, можно определить [4] все параметры выражения (1). Правда, при низких давлениях P (для полимеров $P > -100 \text{ МПа}$) величины n и m достигают уровня 30, что физически не оправдано; но с ростом давления эти величины уменьшаются и приобретают приемлемые значения. Последнее побуждает ввести в математическую модель ТДТ механизм локальной неоднородности, управляемый функцией распределения χ .

$$\chi = \chi(\rho), \quad \rho \in [\rho_1, \rho_2], \quad \int_{\rho_1}^{\rho_2} \chi(\rho) d\rho = 1 \quad (2)$$

С понятием локальной плотности связано представление о фазовом компоненте ТДТ: для двухкомпонентной модели, к примеру, - это кристаллическая и аморфная фазы. Здесь и в дальнейшем все значения локальной плотности ρ отнесены к температуре $T = 0^\circ \text{ K}$, а равновесное значение ρ_0 помимо этого – к натуральному состоянию. Отличие ρ от ρ_0 обусловлено структурным давлением P_ρ . С учетом (1) и присвоения $\rho := \rho/\rho_0$

$$P_\rho = \frac{3k}{m-n} (\rho^{n/3} - \rho^{m/3}), \quad (3)$$

где k – объемный модуль фазового компонента с плотностью ρ_0 .

Относительный удельный объем v фазового компонента с плотностью ρ при температуре $T \neq 0$ и гидростатическом давлении P определяется уравнением, аналогичным (3), с учетом присвоения $v := v/v_0$.

$$P + P_\rho + P_T = \frac{3k}{m-n} \left(v^{-\frac{n}{3}} - v^{-\frac{m}{3}} \right), \quad (4)$$

где

P_T - тепловое давление [4], определяемое термическим расширением ТДТ. Для всех фазовых компонент тепловое давление одинаково и зависит только от температуры.

Следует еще раз отметить, что выражения (3) и (4) алгоритмически идентичны, поскольку индуцированы выражением (1), т.е. в основу этих построений положен один и тот же механизм атом-атомного взаимодействия.

Вопрос о распределении нагрузки между фазовыми компонентами ТДТ в большинстве практических случаев решается просто. Фазовые компоненты с высокой плотностью не составляют многосвязной области: в частности, кристаллические образования не составляют единого жесткого каркаса, а отдельными островками погружены в аморфную среду. Модули упругости аморфной среды на порядок меньше модулей упругости кристаллических образований, поэтому внешние нагрузки распределяются по всем компонентам практически равномерно. Отсюда следует, что объем ТДТ, подверженный действию гидростатического давления P при температуре T , является суммой объемов фазовых компонентов.

$$V = \int_{\rho_1}^{\rho_2} \chi(\rho) v(\rho, P, T) d\rho, \quad (5)$$

где v определяется из уравнения (4).

Аналогичный прием распространяется и на определение сдвиговой деформации. Модуль сдвига должен точно так же зависеть от плотности ТДТ, как и объемный модуль. Эта модель с достаточной для практики точностью отслеживает поведение технических материалов. С ростом давления дисперсия плотности уменьшается, что и обуславливает снижение нелинейности.

Экспериментальная проверка выдвинутых предложений сопряжена со значительными программно-аппаратными затратами. К примеру, деформацию образца ТДТ следует представлять с пятью значащими цифрами, а изменение температуры в адиабатически-изотермическом переходе – с разрешением в 0.001° К [5, 6]. Метрологическое обеспечение эксперимента требует применения образцовой испытательной машины непосредственного нагружения (допускаемая погрешность мер силы не превышает 0.0003 %) и интегральной поверки стендов на таких явлениях, как эффект Пойнтинга [7]. При этом реологические эффекты деформирования должны быть включены в модель наблюдения. Как влияющий фактор эти эффекты могут быть существенно ослаблены при низких температурах, высоких гидростатических давлениях и высоких частотах деформирования.

В качестве примера рассматривается зависимость объемного модуля фторопласта-4 от изменения его плотности [8]. Изменение плотности достигается за счет изменения температуры ($4.2^{\circ} K \leq T \leq 303^{\circ} K$) и давления ($-400 \text{ МПа} \leq P \leq 1 \text{ МПа}$) в диапазоне частот деформирования от 10^{-3} Гц до 5 МГц при сопутствующем сильном формоизменении (компоненты девиатора тензора деформации достигали уровня 0.5). В указанном диапазоне температур и давлений кристаллическая фаза фторопласта-4 претерпевает фазовые превращения, и тем не менее только изменение плотности изменяет объемный модуль этого материала (табл. 1).

Таблица 1.

Изменение объемного модуля фторопласта-4
в зависимости от изменения его плотности.

N	1	2	3	4	5
ρ_2/ρ_1	1.010	1.027	1.036	1.064	1.073
K_2/K_1 , эксперимент	1.2	1.5	1.8	2.6	3.1
K_2/K_1 , теория	1.2	1.5	1.8	2.8	3.2

ЛИТЕРАТУРА.

- [1] Степаненко Ю.П. Элементная база математической модели твердого деформируемого тела. // Современные проблемы механики сплошной среды. Труды VII Международной конференции памяти академика РАН И.И.Воровича. Ростов-на-Дону: из-во «ЦВВР». 2002. Том 1. с. 224-228.
- [2] Жарков Б.Н., Калинин В.А. Уравнения состояния твердых тел при высоких давлениях и температурах. М. : Наука, 1968. 311 с.
- [3] Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М. : Наука, 1978. 792 с.
- [4] Новикова С.И. Тепловое расширение твердых тел. М. : Наука, 1974. 292 с.
- [5] Степаненко Ю.П., Лебедев Л.П. Об одной методической ошибке в оценке ползучести компонентов тензорезисторного датчика силы. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1997. № 6. с. 64-67.
- [6] Stepanenko Y. and Lebedev L. Thermoelasticity and the Design of Force Transducers. // Experimental Techniques. 1999. Vol. 23, № 5. S. 33-37.
- [7] Степаненко Ю.П. Эффект Пойнтинга. Схемы расчета и эксперимента. // Современные проблемы механики сплошной среды. Труды III Международной конференции. Ростов-на-Дону: из-во «МП Книга». 1997. Том 2. с. 139-144.
- [8] Степаненко Ю.П. К вопросу об уравнении состояния изотропного полимерного материала. // Механика сплошной среды. Сб. НИИ механики и прикладной математики под редакцией И.И.Воровича. Ростов-на-Дону: из-во Ростовского университета. 1981. с. 115-133.